

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Самостійна робота № 1

АСТРОНОМІЧНІ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

1. Чи змінюється вигляд зірки при спостереженні в телескоп у залежності від збільшення?
Розв'язання: Ні. Внаслідок великої віддаленості зірки видно в телескоп як точки навіть при найбільшому можливому збільшенні.
2. Чому при спостереженні із Землі вам здається, що протягом ночі зірки переміщуються по небесній сфері?
Розв'язання: Тому що Земля обертається навколо своєї осі всередині небесної сфери.
3. Що б ви порадили астрономам, які хочуть вивчати Всесвіт, використовуючи гамма-промені, рентгенівські промені й ультрафіолетове випромінювання?
Розв'язання: Підняти інструменти над земною атмосферою. Сучасна техніка надає можливість спостереження в цих ділянках спектра з повітряних куль, штучних супутників Землі або навіть із місячних обсерваторій.
4. Поясніть, у чому основна відмінність між телескопом-рефлектором і телескопом-рефрактором.
Розв'язання: У типі об'єктива. У телескопі-рефлекторі використовується дзеркало, у той час як у телескопі-рефракторі — лінза.
5. Назвіть дві основні частини телескопа і поясніть їх призначення.
Розв'язання: Об'єктив — збирає світло і будує зображення. Окуляр — збільшує зображення, побудоване об'єктивом.

Самостійна робота № 2

СУЗІР'Я. ЗОРЯНІ КАРТИ. НЕБЕСНІ КООРДИНАТИ

1. Опишіть, які добові кола описували б зірки, якби астрономічні спостереження проводилися: а) на Північному полюсі; б) на екваторі.
Розв'язання: а) Видимий рух всіх зірок відбувається по колах, паралельних горизонту. Північний полюс світу при спостере-

**Вчимося розв'язувати
задачі з астрономії**

женні з Північного полюса Землі знаходиться в зеніті. б) Всі зірки сходять під прямими кутами до горизонту в східній частині неба і також заходять за горизонт у західній. Небесна сфера обертається навколо осі, яка проходить через полюси світу, на екваторі розташовані точно на лінії горизонту.

2. Виразіть 10 год 25 хв 16 с у градусній мірі.

Розв'язання: Земля за 24 год здійснює один оберт — 360° . Отже, 360° відповідають 24 год, тоді 15° — 1 год, 1° — 4 хв, $15'$ — 1 хв, $15''$ — 1 с. Таким чином, 10 год 25 хв 16 с складають $156^\circ 19'$.

3. Визначте по зоряній карті екваторіальні координати Веги.

Розв'язання: Замінімо назву зірки літерним позначенням (α Ліри) і знайдемо її положення на зоряній карті. Через уявну точку проводимо коло схилення до перетину з небесним екватором. Дуга небесного екватора, яка лежить між точкою весняного рівнодення і точкою перетину кола схилення зірки з небесним екватором, є прямим піднесенням цієї зірки, відрахованим уздовж небесного екватора назустріч видимому добовому обертанню небесної сфери. Кутова відстань, відрахована по колу схилення від небесного екватора до зірки, відповідає схиленню. Таким чином, $\alpha = 18$ год 35 хв, $\delta = +38^\circ$.

4. Визначити моменти сходу і заходу зірки α Великого Пса 22 грудня.

Розв'язання: Накладний круг зоряної карти повертаємо так, щоб зірка перетнула східну частину горизонту. На лімбі напроти відмітки дати 22 грудня знаходимо місцевий час її сходу. Розташовуючи зірку в західній частині горизонту, визначаємо місцевий час заходу зірки. Одержуємо: $T_{\text{м сх}} = 20$ год 20 хв; $T_{\text{м зах}} = 5$ год.

5. Визначити дату верхньої кульмінації зірки Регул о 21 годині за місцевим часом.

Розв'язання: Встановлюємо накладний круг так, щоб зірка Регул (α Лева) знаходилася на лінії небесного меридіана (0^{h} – 12^{h} шкали накладного круга) на південь від північного полюса. На лімбі накладного круга знаходимо відмітку 21 і напроти неї на краю накладного круга визначаємо дату — 10 квітня.

6. Обчисліть, у скільки разів Сиріус яскравіший Полярної зірки.

Розв'язання: Прийнято вважати, що при різниці в одну зоряну величину видима яскравість зірок відрізняється приблизно в 2,5 раза. Тоді різниця в 5 зоряних величин відповідає розходженню в яскравості рівно в 100 разів. Так, зірки 1-ої величини в 100 разів яскравіші зірок 6-ої величини. Отже, різниця види-

мих зоряних величин двох джерел дорівнює одиниці, коли одне з них яскравіше другого в $\sqrt[5]{100}$ (ця величина приблизно дорівнює 2,512). У загальному випадку відношення видимої яскравості двох будь-яких зірок $I_1 : I_2$ пов'язано з різницею їхніх видимих зоряних величин m_1 і m_2 простим співвідношенням: $I_1 : I_2 = 2,512^{m_2 - m_1}$. Світила, яскравість яких перевищує яскравість зірок 1^м, мають *нульові* і *негативні* зоряні величини (0^{m} , -1^{m} і т.д.).

Зоряні величини Сиріуса m_1 і Полярної зірки m_2 знаходимо з таблиці («Список деяких яскравих зірок»). При цьому $m_1 = -1,6$, а $m_2 = 2,1$. Прологарифмуємо обидві частини зазначеного вище співвідношення:

$$\lg \frac{I_1}{I_2} = (m_2 - m_1) \lg 2,512 = (2,1 + 1,6) \cdot 0,4 = 1,48.$$

Таким чином, $\lg \frac{I_1}{I_2} = 1,48$. Звідси $\frac{I_1}{I_2} = 30$, тобто Сиріус яскравіший Полярної зірки у 30 разів.

7. Як ви думаєте, чи можна долетіти на ракеті до якого-небудь сузір'я?

Розв'язання: Сузір'я — це умовно визначена ділянка неба, у межах якої виявилися світила, що знаходяться від нас на різних відстанях. Тому вираз «долетіти до сузір'я» позбавлений сенсу.

Самостійна робота № 3

ЕКЛІПТИКА. ВИДИМИЙ РУХ СОНЦЯ І МІСЯЦЯ. СОНЯЧНІ І МІСЯЧНІ ЗАТЕМНЕННЯ

1. На скільки зміщується Сонце по екліптиці щодня?

Розв'язання: Протягом року Сонце описує по екліптиці коло в 360° , тому $\frac{360^\circ}{365 \text{ днів}} \approx 1^\circ$ в день.

2. Чому сонячна доба на 4 хвилини довша зоряної?

Розв'язання: Тому що, обертаючись навколо власної осі, Земля також рухається по орбіті навколо Сонця. Земля повинна зро-

бити трохи більше одного оберта навколо своєї осі, щоб для однієї і тієї ж точки Землі Сонце знову спостерігалось на небесному меридіані.

3. Поясніть, чому Місяць щодня сходить у середньому на 50 хв пізніше, ніж напередодні.

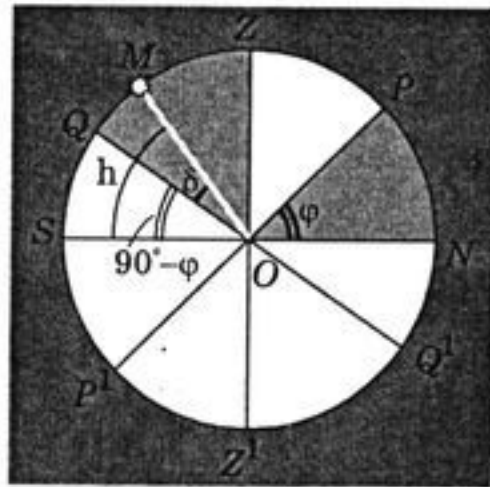
Розв'язання: У даний день у момент сходу Місяць знаходиться у визначеному сузір'ї. Через 24 год, коли Земля завершить один повний оберт навколо своєї осі, це сузір'я знову зійде, але Місяць за цей час переміститься приблизно на 13° у східному напрямі відносно зірок, і його схід тому настане на 50 хв пізніше.

4. Чому до того, як космічні апарати облетіли Місяць і сфотографували його зворотний бік, люди могли бачити лише одну його половину?

Розв'язання: Період обертання Місяця навколо осі дорівнює періоду його обертання навколо Землі, так що він завжди обернений до Землі одним і тим же боком.

5. Якої найбільшої висоти досягає Вега ($\delta = +38^\circ 42'$) у Києві ($\varphi = 50^\circ 27'$)?

Розв'язання: Скористаємося для розв'язування задачі рисунком небесної сфери в проекції на площину меридіана. ZZ^1 — прямовисна лінія; PP^1 — вісь світу; QQ^1 — небесний екватор; NS — лінія горизонту.



h — висота світила M у верхній кульмінації; δ — схилення світила; φ — широта місцевості.

Якщо географічна широта відома, то легко обчислити висоту світила у верхній кульмінації:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta.$$

Тоді $h = 90^\circ - 50^\circ 27' + 38^\circ 42' = 78^\circ 15'$.

6. Чому на молодикі Місяця із Землі не видно?

Розв'язання: Місяць у цей час знаходиться по той же бік від Землі, що і Сонце, а тому до нас повернена темна, не освітлена Сонцем половина місячної кулі. У такому положенні Землі, Місяця і Сонця для жителів Землі може відбутися сонячне затемнення. Воно буває не в кожній молодик, тому що Місяць проходить звичайно в молодик вище або нижче диска Сонця.

7. Опишіть, як змінилося положення Сонця на небесній сфері з початку навчального року до дня проведення самостійної роботи.

Розв'язання: По зоряній карті знаходимо положення Сонця на екліптиці 1 вересня й у день проведення самостійної роботи (наприклад, 27 жовтня). 1 вересня Сонце знаходилося в сузір'ї Лева і мало схилення $\delta = +10^\circ$. Рухаючись по екліптиці, Сонце 23 вересня перетнуло небесний екватор і перейшло в південну півкулю, 27 жовтня воно знаходиться в сузір'ї Терезів і має схилення $\delta = -13^\circ$. Тобто до 27 жовтня Сонце рухається по небесній сфері все менше піднімаючись над горизонтом.

8. Чому затемнення не спостерігаються щомісяця?

Розв'язання: Оскільки площина місячної орбіти нахилена до площини земної орбіти, то, наприклад, на молодикі Місяць не буває на лінії, яка з'єднує центри Сонця і Землі, а тому місячна тінь пройде повз Землю і сонячного затемнення не буде. З аналогічної причини Місяць не в кожен місяць повню проходить через конус земної тіні.



Несприятливі умови для наступу затемнення

9. У скільки разів Місяць швидше Сонця переміщується по небу?

Розв'язання: Сонце і Місяць рухаються по небу в напрямі, протилежному добовому обертанню неба. За добу Сонце проходить приблизно 1° , а Місяць — 13° . Отже, Місяць переміщується по небу в 13 разів швидше Сонця.

10. Чим відрізняється за формою ранковий серп Місяця від вечірнього?

Розв'язання: Ранковий серп Місяця має опуклість уліво (нагадує букву «С»). Місяць знаходиться на відстані у $20\text{—}50^\circ$ до заходу (праворуч) від Сонця. Вечірній серп Місяця має опуклість праворуч. Місяць знаходиться на відстані в $20\text{—}50^\circ$ на схід (ліворуч) від Сонця.

Самостійна робота № 4

ВИДИМІ РУХИ ПЛАНЕТ. ЗАКОНИ КЕПЛЕРА

1. Як відрізнити за зовнішнім виглядом планету від зірки?

Розв'язання: Зовнішні відмінності такі: зірки мерехтять, а світло від планет рівне, спокійне. При спостереженні в телескоп у планет видні диски, а зірки виглядають світними точками.

2. Яку планету, добре видиму неозброєним оком, важко відшукати на небі? Чому?

Розв'язання: Меркурій — найближчу до Сонця планету. Через свою близькість до Сонця цю планету велику частину року видно на світлому фоні зорі, і вона погано помітна.

3. Визначте синодичний період обертання Меркурія, знаючи, що його зоряний період обертання навколо Сонця дорівнює 0,24 року.

Розв'язання: Кутова швидкість Землі (кут, який описується нею за добу) складає $\frac{360^\circ}{T_\oplus}$, кутова швидкість Меркурія —

$\frac{360^\circ}{T}$, де T_\oplus — число діб за рік, T — зоряний період обертання планети, виражений у добах. Отже, за добу Земля обганяє планету на $\frac{360^\circ}{T_\oplus} - \frac{360^\circ}{T}$. Якщо S — синодичний період планети в

добах, то через S діб Земля обганяє планету на 360° , тобто

$$\left(\frac{360^\circ}{T_\oplus} - \frac{360^\circ}{T}\right) S = 360^\circ, \text{ або } \frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}.$$

Для внутрішніх планет, що обертаються швидше, ніж Земля, $T_\oplus > T$ (планета буде обганяти Землю), треба писати:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus}.$$

Звідки одержуємо $S = \frac{T \cdot T_\oplus}{T_\oplus - T}$, $S = \frac{0,24 \cdot 1}{0,76} = 0,316$ (року), або 115,3 доби.

4. Обчисліть період обертання Нептуна навколо Сонця, знаючи, що його середня відстань від Сонця дорівнює 30 а.о.

Розв'язання: Скористаємося третім законом Кеплера: $\frac{T_N^2}{T_\oplus^2} = \frac{a_N^3}{a_\oplus^3}$,

де T_N — зоряний період Нептуна, a_N — середня відстань від Сонця (велика піввісь орбіти), T_\oplus — зоряний період Землі, a_\oplus — велика піввісь земної орбіти (1 а.о.).

Тоді $T_N = \sqrt{\frac{T_\oplus^2 \cdot a_N^3}{a_\oplus^3}}$, відкіля $T_N = \sqrt{\frac{1 \cdot 30^3}{1}} = 164,3$ (роки).

5. Визначте відстань від Сонця до Урана, знаючи, що період обертання Урана навколо Сонця дорівнює 84 р.

Розв'язання: За третім законом Кеплера $\frac{T_U^2}{T_\oplus^2} = \frac{a_U^3}{a_\oplus^3}$, звідки

$$a_U = \sqrt[3]{\frac{T_U^2 \cdot a_\oplus^3}{T_\oplus^2}}, \text{ тоді } a_U = \sqrt[3]{\frac{84^2 \cdot 1}{1}} \approx 19,2 \text{ (а.о.)}$$

6. Синодичний період планети 500 діб. Визначте велику піввісь її орбіти і зоряний період обертання.

Розв'язання: Велику піввісь орбіти можна визначити з третього

закону Кеплера: $\frac{T^2}{T_\oplus^2} = \frac{a^3}{a_\oplus^3}$, відкіля $a^3 = \frac{a_\oplus^3 T^2}{T_\oplus^2}$, а зоряний період —

із співвідношення між сидеричним і синодичним періодами:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T} \text{ (якщо планета зовнішня) або}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus} \text{ (якщо планета внутрішня).}$$

Тоді $T = \frac{T_\oplus S}{S - T_\oplus}$ (для зовнішньої) і $T = \frac{S \cdot T_\oplus}{T_\oplus + S}$ (для внутрішньої).

$$T = \frac{365 \cdot 500}{500 - 365} = 1352 \text{ (доби)} = 3,7 \text{ року (зовнішня планета),}$$

$$T = \frac{365 \cdot 500}{365 + 500} = 211 \text{ (діб)} = 0,58 \text{ року (внутрішня планета).}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(3,7)^2 \cdot 1}{1}} = 2,4 \text{ (а.о.) — якщо планета зовнішня,}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(0,58)^2 \cdot 1}{1}} = 0,69 \text{ (а.о.)} — \text{ якщо планета внутрішня.}$$

Самостійна робота № 5

НАЗЕМНІ І ОРБІТАЛЬНІ ТЕЛЕСКОПИ. ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ НЕБЕСНИХ ТІЛ

1. Поясніть, чому зірка, яка для неозброєного ока виглядає одиначкою, при спостереженні в телескоп може розділитися на дві близько розташовані зірки, тобто виявитися подвійною зоряною системою.

Розв'язання: Роздільна здатність людського ока, складає приблизно 1'. Роздільна здатність телескопа прямо пропорційна діаметру об'єктива, а діаметр об'єктива телескопа набагато більший діаметра зіниці.

2. Чому інфрачервоні телескопи розташовуються у високогірних посушливих районах?

Розв'язання: У будь-якому іншому місці водяна пара, яка міститься в атмосфері, дуже поглинає інфрачервоні промені. До того ж високо в горах не так сильно виявляє себе теплове випромінювання Землі.

3. Перерахуйте достоїнства радіотелескопів.

Розв'язання: 1. Виявляють радіоджерела — об'єкти, які випромінюють в основному в радіодіапазоні. 2. Виявляють джерела, розташовані за хмарами міжзоряного пилу в області Молочного Шляху, недоступні для оптичних телескопів. 3. Працюють за хмарної погоди й у денний час. 4. Виявляють джерела радіохвиль, які перебувають за межами можливостей наших органів почуттів.

4. Припустимо, що ви спостерігаєте на небі дві зірки: блакитну і червону. Поясніть, як можна дізнатися, яка з них гарячіша.

Розв'язання: Блакитна зірка гарячіша. За законом випромінювання Віна, чим коротша довжина хвилі, на якій зірка випромінює максимум енергії, тим вона гарячіша. У блакитного кольору довжина хвилі коротша, ніж у червоного.

5. У спектрі зірки жовта лінія парів натрію з довжиною хвилі 586 нм зміщена на 0,056 нм до червоного кінця спектра. Визначте напрям і модуль швидкості зірки.

Розв'язання: Променеві швидкості (швидкості руху небесних світил відносно Землі по променю зору) визначаються за допо-

могою спектрального аналізу. При цьому використовується ефект Доплера, суть якого полягає в тому, що лінії в спектрі джерела, яке наближається до спостерігача, зміщуються до фіолетового кінця спектра, а лінії в спектрі джерела, яке віддаляється, зміщені до червоного кінця спектра.

Ця залежність виражається формулою $\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$, де v —

променева швидкість, λ_0 — довжина хвилі, яку приймає спостерігач від нерухомого джерела, λ — довжина хвилі, яку спостерігач приймає від рухомого джерела, c — швидкість світла.

Променева швидкість дорівнює $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$, звідки

$$v = \frac{0,056 \cdot 10^{-9}}{586 \cdot 10^{-9}} 3 \cdot 10^8 = 28700 \text{ (м/с)} = 28,7 \text{ км/с.}$$

Оскільки спектральна лінія зміщена до червоного кінця спектра, то зірка віддаляється від нас.

6. Обчисліть доплерівське зміщення лінії водню ($\lambda_0 = 486,13$ нм), викликане наближенням зірки уздовж променя зору зі швидкістю 40 км/с.

Розв'язання: Використовуючи залежність $\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$, знахо-

димо, що $\lambda = \lambda_0 + \frac{v}{c} \lambda_0$, звідки $\Delta\lambda = \frac{v}{c} \lambda_0$.

$$\text{Отже, } \Delta\lambda = \frac{4 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} 486,13 \cdot 10^{-9} = 648 \cdot 10^{-13} \text{ (м)} = 0,0648 \text{ нм.}$$

Оскільки зірка наближається до спостерігача, то зміщення лінії водню відбувається до фіолетового кінця спектра.

Самостійна робота № 6

ПЛАНЕТИ ЗЕМНОЇ ГРУПИ

1. Чому деякі планети здаються яскравішими, ніж найяскравіші зірки?

Розв'язання: Планети незрівнянно ближче до нас, ніж зірки, тому відбите планетами світло Сонця яскравіше, ніж власне світло далеких зірок. Наприклад, планета Венера в середньому в 10 разів яскравіше найяскравішої зірки неба — Сиріуса.

2. Чи залежить зміна пір року від відстані Землі до Сонця (у перигелії Земля буває близько 3 січня, а в афелії — 5 липня)

Розв'язання: Не залежить. Відомо, що в січні в північній півкулі зима, а в липні — літо. Зміна пір року на Землі (й інших планетах) пов'язана з кутом нахилу осі до площини орбіти.

3. Що було б доступніше — спостерігати поверхню Землі з Марса чи поверхню Марса з Землі?

Розв'язання: Поверхня Марса доступніша для спостереження. По-перше, вона на відміну від поверхні Землі, рідко буває схована хмарами. По-друге, при мінімальній відстані від Землі Марс перебуває в протистоянні і з Землі видно цілу півкулю планети. Земля ж для спостерігача, який розташований на Марсі, має при тій ж відстані вигляд вузького серпа, тому що знаходиться поблизу з'єднання з Сонцем.

4. Маса блакитної планети у 6 разів більша маси Землі. Який радіус цієї планети, якщо прискорення вільного падіння на її поверхні таке ж, як на Землі?

Розв'язання: Як впливає з другого закону Ньютона і закону всесвітнього тяжіння, $mg = G \frac{M_3 m}{R_3^2}$ (m — маса тіла, яке знаходиться на поверхні Землі). Звідси $g = G \frac{M_3}{R_3^2}$. Аналогічно одержуємо $a = G \frac{M}{R^2}$ (тут a — прискорення вільного падіння на поверхні блакитної планети). Прирівнявши вирази для a і g ,

$$\text{знаходимо } R = R_3 \sqrt{\frac{M}{M_3}}.$$

$$[R] = \text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{кг}}{\text{кг}}} = \text{м}.$$

$$R = 6,4 \cdot 10^6 \sqrt{6} = 15,7 \cdot 10^6 \text{ (м)}.$$

Таким чином, радіус планети дорівнює 15700 км.

5. У скільки разів потрібно було б збільшити швидкість обертання Землі навколо своєї осі, щоб тіла на екваторі важили вдвічі менше, ніж на полюсі? Вважайте, що форма Землі не змінюється б.

Розв'язання: Тіла на екваторі беруть участь у добовому обертанні Землі, при цьому їхнє доцентрове прискорення

$$a = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \text{ спрямоване до центра Землі і вага тіла дорівнює}$$

$m(g - a)$. Тут ω і T — кутова швидкість і період добового обертання Землі. Відповідно до умови $a = \frac{g}{2}$, звідки $T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$.

Підставивши числові значення, одержимо $T = 2$ год. Таким чином, щоб тіла на екваторі важили вдвічі менше, ніж на полюсі, швидкість обертання Землі необхідно збільшити у 12 разів. Зауважмо, що насправді форма настільки швидко обертаної планети дуже відрзнялася б від сферичної (планета була б сильно сплюснута у полюсів)

6. У скільки разів варто «вкоротити» добу, щоб на екваторі відчувалась невагомість? Чи не буде якихось неприємних побічних ефектів від цього?

Розв'язання: Невагомість на екваторі буде спостерігатися при $a = g$, де a — доцентрове прискорення точок на екваторі. Саме при такому прискоренні тіла на екваторі будуть фактично перебувати в стані вільного падіння. Оскільки $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$ (тут R — радіус Землі, T — тривалість доби), $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$. Тобто добу слід

вкоротити у $n = \frac{T_0}{T} = \frac{T_0}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$ разів (тут $T_0 = 24$ год). Підстановка дає $T = 5080 \text{ с} = 1 \text{ год } 25 \text{ хв}$ і $n = 17$.

«Побічні ефекти» будуть жахаючі! Молекули атмосфери через тертя об Землю будуть розганятися, і навіть при набагато меншому збільшенні швидкості обертання Землі значна їх частина дістане можливість перебороти земне тяжіння і полетіти в навколишній космічний простір. Земля почне швидко втрачати атмосферу. При настанні на екваторі невагомості цей процес стане катастрофічно швидким — виникнуть могутні повітряні потоки від полярних областей до екватора, а від екватора — у відкритий космос.

Самостійна робота № 7

ПЛАНЕТИ-ГІГАНТИ

1. Які планети із супутниками можуть бути названі мініатюрами Сонячної системи?

Розв'язання: Юпітер, у якого 17 супутників, і Сатурн, у якого 21 супутник. Розміри супутників дуже малі в порівнянні з розмірами цих найбільших планет Сонячної системи.

2. Що характерно для обертання супутників планет-гігантів навколо своєї осі?

Розв'язання: У більшості відомих супутників планет-гігантів періоди обертання збігаються з періодами обертання навколо планет, тому супутники завжди повернені до планети одною стороною.

3. Поясніть, що являє собою на Юпітері Велика Червона пляма.

Розв'язання: Знаменита Велика Червона пляма — це колосальний атмосферний вихор. Протягом більш трьохсот років спостережень вона змінювала свій розмір, яскравість і колір. Велика Червона пляма обертається проти годинникової стрілки. Велика Червона пляма в багато разів перевершує розміри Землі. Її ширина 14 000 км, а довжина 40 000 км.

4. Чому Юпітер іноді вважають зіркою «що не відбулась»?

Розв'язання: Юпітер являє собою величезну рідку кулю, що швидко обертається, увінчана товстою атмосферою, яка складається в основному з водню і гелію. Очевидно, він має відносно невелике залізолікатне ядро. Юпітер масивніший, ніж усі інші планети і їхні супутники разом узяті. Якби Юпітер був ще у вісімдесят разів масивніший, то в його надрах могли б початися реакції ядерного синтезу.

5. Зоряний період обертання Сатурна навколо Сонця складає 29,5 років. Яка середня відстань Сатурна до Сонця?

Розв'язання: За третім законом Кеплера $\frac{T_c^2}{T_3^2} = \frac{a_c^3}{a_3^3}$, звідки

$$a_c = \sqrt[3]{\frac{T_c^2 \cdot a_3^3}{T_3^2}}, \text{ тоді } a_c = \sqrt[3]{\frac{(29,5)^2 \cdot 1}{1}} \approx 9,5 \text{ (а.о.)}.$$

6. Визначте синодичний період обертання Юпітера, знаючи, що його зоряний період обертання навколо Сонця дорівнює 11,86 року.

Розв'язання: Кутова швидкість Землі (кут, який описується нею за добу) складає $\frac{360^\circ}{T_\oplus}$, кутова швидкість Юпітера — $\frac{360^\circ}{T}$,

де T_\oplus — число діб в році, T — зоряний період обертання планети, виражений у добах. Отже, за добу Земля обганяє планету на $\frac{360^\circ}{T_\oplus} - \frac{360^\circ}{T}$. Якщо S — синодичний період Юпітера у добах, то

через S діб Земля обганяє Юпітер на 360° , тобто

$$\left(\frac{360^\circ}{T_\oplus} - \frac{360^\circ}{T}\right) S = 360^\circ, \text{ або } \frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}.$$

Звідки отримуємо $S = \frac{T_\oplus T}{T - T_\oplus}$, $S = \frac{11,86 \cdot 1}{11,86 - 1} = 1,09$ (року), або

399 діб.

Самостійна робота № 8

МАЛІ ТІЛА СОНЯЧНОЇ СИСТЕМИ

1. Опишіть зміни в зовнішньому вигляді комети в міру її руху по орбіті навколо Сонця.

Розв'язання: Коли комета знаходиться ще далеко від Сонця, вона виглядає як слабка світла пляма — ядро із замерзлих газів і пилу. В міру наближення до Сонця комета починає нагріватися, із поверхні ядра випаровуються частинки газу і пилу, які оточують комету і пролягають на тисячі кілометрів від ядра, утворюючи голову комети. Поблизу Сонця завдяки наявності «сонячного вітру» у комети формується хвіст. Чим ближче до Сонця підходить комета, тим вона яскравіша і тим довший її хвіст унаслідок більшого її опромінення й інтенсивного виділення газів. Після обльоту Сонця комета знову замерзає. Відлині від Сонця в комети знову залишається тільки одне ядро.

2. Чому комета завжди віддаляється від Сонця хвостом уперед?

Розв'язання: Кометні хвости утворюються в результаті тиску сонячного випромінювання і сонячного вітру (потік частинок, які летять від Сонця), що завжди спрямовані від Сонця, так що хвіст комети також завжди спрямований від Сонця. Хоча світловий тиск дуже малий в звичайних умовах, його дія проте може виявитися істотною. Всередині зірок при температурі в декілька десятків мільйонів градусів тиск електромагнітного випромінювання повинен досягати величезного значення. Сили світлового тиску поряд із гравітаційними силами грають істотну роль у внутрізоряних процесах.

Іноді у комет утворюються по два хвости, один із яких спрямований до Сонця. Хвіст, спрямований до Сонця, складається з більш крупних частинок, для яких сила сонячного притягання більша від штовхувальної сили його променів.

3. Опишіть склад і можливе походження метеоритів.

Розв'язання: Залізні метеорити складаються в основному із заліза (близько 90 %) і нікелю; залізокамінні — із заліза, нікелю і силікатів; кам'яні мають високий вміст силікатів, а заліза і

нікелю лише 10 % по масі; можливе походження: пояс астероїдів.

4. Чому іноді називають комети “видимим ніщо”? Як було доведено, що комети не мають скільки-небудь значного твердого ядра?

Розв'язання: Комети не викликають ніяких збурень у рухах планет, біля яких вони проходять, а самі, навпаки, піддаються з їхньої сторони сильним збуренням (верхня межа маси комет 10^{-4} від маси Землі).

При проходженні комет у безпосередній близькості від Сонця (як би по сонячному диску) комети цілком зливаються з загальним сонячним фоном, і на цьому фоні ніколи не було помічено ніяких темних плям. Виходить, ядра комет так малі, що їх неможливо помітити навіть за допомогою оптичних інструментів.

5. Які періоди обертання астероїдів, що відстоять від Сонця на 2,2 а.о. і 3,6 а.о.?

Розв'язання: За третім законом Кеплера $\frac{T^2}{T_3^2} = \frac{a^3}{a_3^3}$, звідки

$$T = \sqrt{\frac{a^3 \cdot T_3^2}{a_3^3}},$$

тоді

$$T_1 = \sqrt{\frac{(2,2)^3 \cdot 1}{1^3}} \approx 3,3 \text{ року}; \quad T_2 = \sqrt{\frac{(3,6)^3 \cdot 1}{1^3}} \approx 6,8 \text{ (року)}.$$

6. Чому дорівнює велика піввісь орбіти комети Галлея, якщо період її обертання 76 років?

Розв'язання: За третім законом Кеплера $\frac{T^2}{T_3^2} = \frac{a^3}{a_3^3}$, тоді велика

піввісь орбіти комети $a = \sqrt[3]{76^2} = 18 \text{ а.о.}$

Самостійна робота № 9

СОНЦЕ — НАЙБЛИЖЧА ЗІРКА

1. Чому за циклом плямоутворення на Сонці ретельно спостерігають із Землі?

Розв'язання: Ретельні наземні спостереження циклу плямоутворення пов'язані з тим, що він є індикатором сонячної активності. Сонце найбільш активне і випромінює найбільшу кількість енергії в ті роки, коли на ньому більше усього плям.

Найменша активність — у роки мінімуму плям. В роки активного Сонця електромагнітне поле Землі відчуває вплив Сонця, і напруженість його змінюється за дуже складним законом. Внаслідок цього бувають збої в роботі електромагнітних приладів, погіршення зв'язку. Електромагнітні бурі викликають різке погіршення здоров'я людей, збільшують число інфарктів.

2. Визначити потужність випромінювання Сонця, якщо сонячна стала дорівнює $q = 1,37 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. Що таке сонячна стала? Чому так важливо знати, чи незмінна вона, чи змінюється згодом?

Розв'язання: Повна потужність випромінювання Сонця визначається, як

$$w = 4\pi a_{\oplus}^2 q,$$

де a_{\oplus} — середня відстань від Землі до Сонця.

Тоді $w = 4 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2 \cdot 1,37 \cdot 10^3 \approx 3,9 \cdot 10^{26} \text{ (Вт)}$.

Сонячна стала — кількість сонячної енергії, котра щосекунди потрапляє на одиничну поверхню верхньої межі земної атмосфери. Ця енергія забезпечує приблизно таку кількість тепла і світла за тиждень, як і усі запаси вугілля, нафти і природного газу.

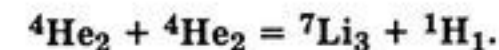
Зміна сонячної сталої може призвести до великих змін атмосфери і клімату Землі.

3. Знаючи сонячну сталу для Землі, обчисліть величину сонячної сталої для Венери і для Марса, якщо відстань від Сонця до Венери 0,723 а.о., а до Марса — 1,524 а.о.

Розв'язання: Сонячна стала для Венери буде в $\left(\frac{1}{0,723}\right)^2$ разів більша, тобто $2,62 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$.

Для Марса — аналогічно: у $\left(\frac{1}{1,524}\right)^2$ разів менша, — 590 Вт/м^2 .

4. Зробити енергетичний розрахунок термоядерної реакції і з'ясувати, виділяється чи поглинається енергія в цій реакції:



Розв'язання: Маса ізотопу атома гелію ${}^4\text{He}_2$ дорівнює 4,00260 а.о.м. (m_A), маса ізотопу атома літію ${}^7\text{Li}_3$ дорівнює 7,01601 а.о.м. (m_C), маса атома водню — 1,00783 а.о.м. (m_D).

Для розрахунку енергії скористаємося формулою

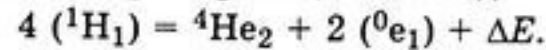
$$\Delta E = (m_A + m_B - m_C - m_D) \cdot c^2.$$

Звідки $\Delta E = (4,00260 + 4,00260 - 7,01601 - 1,00783) \text{ а.о.м.} \times 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ кг/а.о.м.} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 = -2,79 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = -17,4 \text{ МеВ}$.

Таким чином, ядерна реакція йде з поглинанням енергії.

5. У надрах Сонця відбувається ядерна реакція синтезу ядер водню в ядра гелію. Скільки енергії виділиться при утворенні 1 кг гелію, якщо енергія зв'язку ${}^4\text{He}_2$ складає 28,3 МеВ?

Розв'язання: Схема ядерної реакції має вид:



Тому що ядро гелію утворюється з вільних протонів, то енергетичний вихід даної реакції дорівнює енергії зв'язку ядра гелію, тобто при утворенні одного ядра гелію виділяється 28,3 МеВ енергії.

$E = nE_{\text{зв}}$, де n — число атомів гелію. Але $n = \frac{mN_A}{M}$, де M —

молярна маса гелію ($4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$), N_A — число Авогадро ($6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$).

Тоді $E = \frac{E_{\text{зв}} m N_A}{M}$,

звідки $E = \frac{28,3 \cdot 1 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^{-3}} \approx 4,26 \cdot 10^{27} \text{ (МеВ)}$.

Таким чином, при утворенні 1 кг гелію виділяється енергія $4,26 \cdot 10^{27} \text{ МеВ}$ ($6,8 \cdot 10^{14} \text{ Дж}$).

6. Написати ядерну реакцію синтезу легких ядер дейтерію і тритію і визначити енергетичний вихід цієї реакції, якщо енергія зв'язку в ядер атомів ізотопу гелію ${}^4\text{He}_2$ — 28,3 МеВ, в ядер атомів дейтерію ${}^2\text{H}_1$ — 2,2 МеВ, в ядер атомів тритію ${}^3\text{H}_1$ — 8,5 МеВ.

Розв'язання: Ядерна реакція синтезу ядер атомів дейтерію і тритію в гелій: ${}^2\text{H}_1 + {}^3\text{H}_1 = {}^4\text{He}_2 + {}^1\text{n}_0 + \Delta E$.

Звідки $\Delta E = E_{\text{зв}}({}^4\text{He}_2) - E_{\text{зв}}({}^2\text{H}_1) - E_{\text{зв}}({}^3\text{H}_1)$,

тоді $\Delta E = 28,3 - 2,2 - 8,5 = 17,6 \text{ (МеВ)}$.

Самостійна робота № 10

ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗІРОК. ВИЗНАЧЕННЯ ВІДСТАНЕЙ ДО ЗІРОК

1. Паралакс зірки 61 Лебеда дорівнює $0,37''$. Чому дорівнює відстань до неї у світлових роках?

Розв'язання: Річним паралаксом зірки p називають кут, під яким із зірки можна було б бачити велику піввісь земної орбіти

(яка дорівнює 1 а.о.), якщо вона перпендикулярна до променя зору.

Відстань до зірки $D = \frac{a}{\sin p}$, де a — велика піввісь земної орбіти.

При малих кутах $\sin p = \frac{p}{206265''}$, якщо p виражено в секундах дуги. Тоді $D_{\text{а.о.}} = \frac{206265''}{p}$.

Парсек — відстань, з якої велика піввісь земної орбіти, перпендикулярна до променя зору, видна під кутом в $1''$. Відстань у парсеках дорівнює оберненій величині річного паралакса, вираженого в секундах дуги.

Тоді $D_{\text{пк}} = \frac{1}{p}$.

1 парсек = 3,26 світлового року = 206265 а.о. = $3 \cdot 10^{13} \text{ км}$.

$D = \frac{1}{0,37''} = 2,7 \text{ (пк)}$ або $D = 2,7 \cdot 3,26 = 8,8 \text{ (св. року)}$.

Таким чином, відстань до зірки 8,8 світлового року.

2. У скільки разів зірка Арктур ближче зірки Денеб, якщо паралакси їх відповідно дорівнюють $p_1 = 0,085''$ і $p_2 = 0,005''$?

Розв'язання: Використовуючи формулу, яка зв'язує паралакс зірки (p) у секундах дуги і відстань до зірки (D) у парсеках, одержуємо:

$$D_1 = \frac{1}{p_1} \text{ і } D_2 = \frac{1}{p_2} \text{ звідки } \frac{D_2}{D_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Таким чином, $\frac{D_2}{D_1} = \frac{0,085''}{0,005''} = 17$, тобто Арктур ближче Денеба у

17 разів.

3. Визначте абсолютну зоряну величину Сонця, якщо його видима зоряна величина $-26,8$, а середня відстань до нього $1,5 \times 10^8 \text{ км}$.

Розв'язання: Видима зоряна величина (m) характеризує світловий потік, який приходить на Землю від зірки. Прийнято, що при різниці в одну зоряну величину видима яскравість зірок відрізняється приблизно в 2,5 раза. Тоді різниця в 5 зоряних величин відповідає різниці в яскравості рівно в 100 разів. Так, зірки 1-ої величини в 100 разів яскравіші зірок 6-ої величини. Позначимо через x число, яке показує різницю в яскравості в одну зоряну величину, тоді $x^5 = 100$. Знайдемо значення x із цієї рівності, прологарифмувавши обидві його частини:

$5 \lg x = \lg 100$, звідки $5 \lg x = 2$, або $\lg x = 0,4$, тоді $x = 2,512$.
Якщо позначити яскравість зірки, видима зоряна величина якої m_1 , через I_1 , а яскравість зірки, зоряна величина якої m_2 , через I_2 , то

$$\frac{I_1}{I_2} = 2,512^{(m_2 - m_1)}.$$

Абсолютна зоряна величина (M) — це видима зоряна величина, яку мала б зірка, якби знаходилася від нас на однаковій відстані $D_0 = 10$ пк.

Нехай яка-небудь зірка віддалена від нас на відстань D . Позначимо її видиму зоряну величину через m , абсолютну — M , тоді

$$\frac{I_1}{I_2} = 2,512^{(M - m)}.$$

Оскільки яскравість зірки змінюється обернено пропорційно квадрату відстані до неї, то $I_1 : I_2 = D_0^2 : D^2$. Отже, $2,512^{(M - m)} = D_0^2 : D^2$.

Логарифмуючи цей вираз, знаходимо

$$0,4(M - m) = \lg 10^2 - \lg D^2, \text{ або } 0,4(M - m) = 2 - 2 \lg D.$$

Остаточно отримуємо:

$$M = m + 5 - 5 \lg D.$$

Виразимо відстань до Сонця в парсеках ($D_{\text{пк}}$):

$$1 \text{ а.о.} = \frac{1}{206265} \text{ пк} = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ пк}.$$

Підставляючи дані задачі в рівняння, одержуємо

$$M = -26,8 + 5 - 5 \lg 4,8 \cdot 10^{-6} = -26,8 + 5 - 5(-5,32) = 4,8.$$

Таким чином, наше Сонце з відстані 10 пк виглядало б приблизно як зірка 5-ої видимої зоряної величини.

4. Обчисліть відстань до зірки Веги (α Ліри), якщо відомо, що її видима й абсолютна зоряні величини відповідно дорівнюють 0,1 і 0,5.

Розв'язання: Використовуючи формулу для знаходження абсолютної зоряної величини $M = m + 5 - 5 \lg D$, знайдемо відстань до зірки

$$\lg D = \frac{m - M + 5}{5}.$$

Підставляючи сюди значення $m = 0,1$ і $M = 0,5$, знаходимо

$$\lg D = \frac{0,1 - 0,5 + 5}{5} = \frac{4,6}{5} = 0,92.$$

Таким чином, відстань до зірки дорівнює 8,1 пк.

5. Світло від Сиріуса до Землі йде 8,7 року. Визначити світність Сиріуса, якщо відомо, що його абсолютна зоряна величина $M_1 = 1,4$, а абсолютна зоряна величина Сонця $M_2 = 4,8$.

Розв'язання: Світність (L) характеризує потужність випромінювання зірки. Формула, яка зв'язує абсолютні зоряні величини і світність зірок, аналогічна співвідношенню між видимою яскравістю зірки і її видимою зоряною величиною, тобто

$$\frac{L_1}{L_2} = 2,512^{(M_2 - M_1)},$$

де L_1 і L_2 — світності двох зірок, а M_1 і M_2 — їх абсолютні зоряні величини.

Приймаючи світність Сонця за одиницю, одержимо $L = 2,512^{(M_2 - M_1)}$ або $\lg L = 0,4(M_2 - M_1)$,

звідки $\lg L = 0,4(4,8 - 1,4) = 1,36$. Тобто світність Сиріуса більша світності Сонця приблизно в 23 рази.

6. Чи можна за зовнішнім виглядом зірки зробити висновок про її відстань від Землі, розміри, світність й інші характеристики?

Розв'язання: Такого висновку зробити не можна. Зірки знаходяться на різних відстанях від Землі, чого око розрізнити не може. Багато зірок здаються яскравими лише через відносну їхню близькість до Сонячної системи, а в дійсності вони значно слабкіші від ледь помітних оком зірок, віддалених на неувялненно великі відстані.

Для з'ясування справжньої світності зірок обчислюють зоряну величину за умови однакової відстані.

Для багатьох зірок розходження між видимою і абсолютною зоряною величиною дуже велике. Наприклад, видима зоряна величина Сонця дорівнює $-26,8$, а його абсолютна величина $+4,8$. Це значить, що зі стандартної відстані (32,6 світлового року) Сонце виглядало б ледь помітною зірочкою.

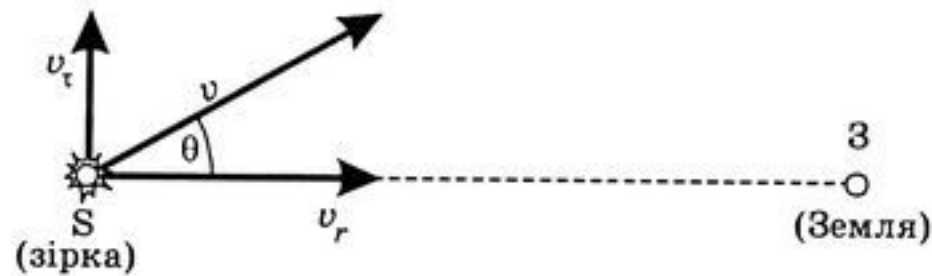
Самостійна робота № 11

НАША ГАЛАКТИКА. ЗОРЯНІ СКУПЧЕННЯ І АСОЦІАЦІЇ. ТУМАННОСТІ

1. Зірка 83 Геркулеса знаходиться від нас на відстані $D = 100$ пк, її власний рух складає $\mu = 0,12''$. Яка тангенціальна швидкість цієї зірки?

Розв'язання: Власним рухом зірки μ називається її видиме кутове зміщення по небу за один рік на фоні далеких зірок. Воно виражається частками секунди дуги за рік.

Швидкість зірки в просторі можна уявити як векторну суму двох швидкостей: променевої (v_r) і тангенціальної (v_t).



Власний рух зірки визначається лише її тангенціальною швидкістю і не залежить від променевої. Щоб обчислити тангенціальну швидкість (у км/с), треба μ , виражене в радіанах за рік, помножити на відстань до зірки D (у км) і розділити на число секунд у році. Але тому що на практиці μ завжди визначається в секундах дуги, а D — у парсеках, то для обчислення v_t (у км/с) отримується формула:

$$v_t = 4,74\mu D.$$

Променева швидкість визначається за спектром. Тоді повна просторова швидкість зірки дорівнює: $v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}$.

Підставляючи дані з умови задачі, одержуємо

$$v_t = 4,74 \cdot 0,12 \cdot 100 = 56,88 \text{ (км/с)}.$$

2. Променева швидкість зірки Бетельгейзе $v_r = 21$ км/с, власний рух $\mu = 0,032''$ за рік, а паралакс $p = 0,012''$. Визначте повну просторову швидкість зірки відносно Сонця і кут, утворений напрямом руху зірки в просторі з променем зору.

Розв'язання: Оскільки річний паралакс і відстань до зірок (у пк) пов'язані співвідношенням $D_{\text{пк}} = \frac{1}{p}$, тангенціальна швидкість зірки дорівнює:

$$v_t = 4,74\mu D = 4,74 \frac{\mu}{p}, \text{ звідки } v_t = 4,74 \frac{0,032}{0,012} \approx 12,64 \text{ (км/с)}.$$

Повну просторову швидкість зірки визначаємо за формулою:

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}. \text{ Звідки } v = \sqrt{12,64^2 + 21^2} \approx 24,5 \text{ (км/с)}.$$

Кут θ , утворений напрямом руху зірки в просторі з променем зору, можна знайти з формули $\text{tg}\theta = \frac{v_t}{v_r}$.

$$\text{Звідки } \text{tg}\theta = \frac{12,64}{21} = 0,6, \text{ а кут } \theta = 31^\circ.$$

3. Який лінійний розмір кульового зоряного скупчення, якщо його кутовий діаметр $d = 3'$, а відстань до нього $D = 10^4$ пк?

Розв'язання: Лінійний діаметр скупчення визначається за його кутовим діаметром і відстанню за формулою: $2R = \frac{d''}{206265''} D$,

де R — радіус скупчення; d'' — кутовий діаметр у секундах дуги; D — відстань у парсеках.

Підставляючи дані задачі, одержуємо ($3' = 180''$)

$$2R = \frac{180'' \cdot 10^4}{206265''} \approx 8,73 \text{ (пк)}.$$

4. Визначте відстань до кульового зоряного скупчення, якщо в ньому виявлено декілька короткоперіодичних цефеїд із видимою зоряною величиною $m = 15,5$, а їхня абсолютна величина $M = 0,5$. Який лінійний розмір цього скупчення, якщо його кутовий діаметр $d = 2,5'$? Зіркою якої величини було б на цій відстані наше Сонце, що має $M_\odot = 5$?

Розв'язання: Знаходимо відстань D , використовуючи формулу $M = m + 5 - 5 \lg D$, звідки $5 \lg D = 15,5 + 5 - 0,5 = 20$, отже, $\lg D = 4$ і $D = 10^4$ (пк).

Лінійний діаметр скупчення $2R = \frac{d''}{206265''} D$, де R — радіус скупчення; d'' — кутовий діаметр у секундах дуги ($2,5' = 150''$);

D — відстань у парсеках. $2R = \frac{150'' \cdot 10^4}{206265''} \approx 7,3$ (пк).

Оскільки для цефеїд зоряна величина більша абсолютної на 15: $m - M = 15,5 - 0,5 = 15$, то і видима величина Сонця буде на 15 більша абсолютної, тобто $5 + 15 = 20$. Сонце було б видно тоді лише в найбільші телескопи світу.

5. Визначте повну просторову швидкість зірки, якщо її річний паралакс $p = 0,05''$, власний рух складає $\mu = 0,15''$ за рік, а спектральна лінія з довжиною хвилі $\lambda = 600$ нм зміщена до червоного кінця спектра на відстань $\Delta\lambda = 3$ нм.

Розв'язання: Повна просторова швидкість зірки визначається формулою $v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}$.

Швидкість зірки перпендикулярна до променя зору спостерігача, називається тангенціальною швидкістю і визначається за

формулою: $v_t = 4,74\mu D = 4,74 \frac{\mu}{p}$.

Швидкість зірки, напрямлена по променю зору спостерігача, називається променевою швидкістю. Променева швидкість зірки визначається по зміщенню ліній її спектра (закон Доплера):

$$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c.$$

$$\text{Тоді, } v = \sqrt{\left(4,74 \frac{\mu}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} c\right)^2},$$

$$\text{звідки } v = \sqrt{\left(4,74 \frac{0,15''}{0,05''}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{600} \cdot 3 \cdot 10^5\right)^2} = 20,7 \text{ (км/с)}.$$

6. У скільки разів Арктур більше Сонця, якщо світність Аркура 100, а температура 4500 К?

Розв'язання: З курсу фізики відомо, що повна енергія, яка випромінюється за одиницю часу з 1 м² поверхні нагрітого тіла дорівнює: $w = \sigma T^4$, де σ — коефіцієнт пропорційності, а T — абсолютна температура (закон Стефана-Больцмана). Відносний лінійний розмір зірок, які мають відому температуру T , знаходять із формули

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{4\pi r^2}{4\pi r_\odot^2} \cdot \frac{w}{w_\odot} = \left(\frac{r}{r_\odot}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4,$$

де r — радіус зірки, w — випромінювання одиниці поверхні зірки, $r_\odot, w_\odot, T_\odot$ відносяться до Сонця, а $L_\odot = 1$. $T_\odot = 6000$ К (ефективна температура Сонця).

$$\text{Тоді } \frac{r}{r_\odot} = \sqrt{L} \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2, \text{ звідки } \frac{r}{r_\odot} = \sqrt{100} \cdot \left(\frac{6000}{4500}\right)^2 \approx 18.$$

Арктур більше Сонця приблизно у 18 разів.

Самостійна робота № 12

СВІТ ГАЛАКТИК. КВАЗАРИ. ПОХОДЖЕННЯ І РОЗВИТОК ВСЕСВІТУ

1. У галактиці, в якій червоне зміщення ліній у спектрі 2000 км/с, спалахнула наднова зірка. Її яскравість у максимумі відповідала 18-ій видимій зоряній величині. Які її абсолютна зоряна величина і світність?

Розв'язання: Наше Сонце з відстані 10 пк виглядало б приблизно як зірка 5-ої видимої зоряної величини, тобто для Сонця $M_\odot \approx 5$. Знаючи абсолютну зоряну величину M зірки, можна

обчислити її світність L . Приймаючи світність Сонця за одиницю, з визначення світності можна записати, що $L = 2,512^{5-M}$, або $\lg L = 0,4(5 - M)$.

Абсолютну зоряну величину M можна обчислити за формулою: $M = m + 5 - 5 \lg D$, де D — відстань до зірки.

Відповідно до ефекту Доплера червоне зміщення означає віддалення джерела від спостерігача. Швидкість віддалення пропорційна зміщенню i , отже, відстані. Пропорційність, яка спостерігається, між відстанню до галактик і швидкістю зветься **законом Хаббла**: $v = HD$. Коефіцієнт пропорційності H називають сталою Хаббла. Встановлено, що величина сталої Хаббла складає приблизно $100 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$, тобто на кожний мільйон парсек

швидкість віддалення зростає на 100 км/с. Тому відстань до далекої галактики можна визначити за величиною червоного зміщення ліній у її спектрі: $D = \frac{v}{H}$, де v — швидкість, яка визначена по червоному зміщенню.

Тоді $D = \frac{2000}{100} = 20$ (Мпк) = $2 \cdot 10^7$ пк.

$$\text{Отже, } M = 18 + 5 - 5 \lg(2 \cdot 10^7) = -13,5.$$

$$\lg L = 0,4(5 - (-13,5)) = 7,4, \text{ звідки } L = 2,5 \cdot 10^7.$$

$$\text{Таким чином, абсолютна зоряна величина і світність наднової зірки дорівнюють відповідно } -13,5 \text{ і } 2,5 \cdot 10^7.$$

Примітка: Точно виміряти сталу Хаббла важко, і її числове значення найчастіше виявляється ненадійним. Як тепер вважають, H знаходиться в інтервалі значень від 45 до 120 км/(с · Мпк).

2. У спектрі галактики, яка має видиму зоряну величину $m = 15,2$, лінія водню ($\lambda = 656,3$ нм) зміщена до червоного кінця спектра на $\Delta\lambda = 21,9$ нм. Обчислити швидкість віддалення галактики і відстань до неї, абсолютну зоряну величину і світність галактики.

Розв'язання: Швидкість галактики, яка напрямлена по променю зору спостерігача, називається *променевою швидкістю* $\pm v$, (+ — при віддаленні галактики, — — при наближенні галактики). Променева швидкість галактики визначається по зміщенню ліній її спектра. На підставі закону Доплера маємо:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c},$$

звідки $v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$, де c — швидкість світла.

Тоді знаходимо швидкість віддалення галактики:

$$v_r = \frac{21,9}{656,3} \cdot 3 \cdot 10^5 \approx 10^4 \text{ (км/с)}.$$

Відстань до далекої галактики можна визначити за величиною червоного зміщення ліній у її спектрі: $D = \frac{v}{H}$, звідки

$$D = \frac{10^4}{100} = 100 \text{ (Мпк)}.$$

Обчислюємо абсолютну зоряну величину:

$$M = m + 5 - 5 \lg D = 15,2 + 5 - 5 \lg 10^8 = 20,2 - 40 = -19,8$$

і світність:

$$\lg L = 0,4(5 - M) = 0,4(5 + 19,8) = 9,92.$$

Звідки $L \approx 10^{10}$.

3. Лінії спектра далекої галактики виявилися зміщеними на величину, рівносильну швидкості віддалення від нас у 15 000 км/с. Яка відстань до неї (у світлових роках)? Який її розмір, якщо вона видна як плямка 20'' у діаметрі?

Розв'язання: Відповідно до ефекту Доплера червоне зміщення означає віддалення джерела від спостерігача. Пропорційність між відстанню до галактик і швидкістю зветься законом Хаббла: $v = HD$. Тому відстань до далекої галактики можна визначити за формулою $D = \frac{v}{H}$, де v — променева швидкість (знак $\leftarrow + \rightarrow$ — при віддаленні галактики, знак $\leftarrow - \rightarrow$ — при наближенні галактики). Тоді $D = \frac{15000}{100} = 150$ (Мпк) або $150 \cdot 3,26 = 489$

(млн. світлових років).

Розмір галактики визначимо за видимим кутовим діаметром і відстанню до неї: $2R = \frac{d''}{206265''} D$, звідки

$$2R = \frac{20'' \cdot 15 \cdot 10^7}{206265''} = 15000 \text{ (пк)}.$$

Отже, ця галактика вдвічі менша за нашу.

4. На яку відстань дозволяють проникнути у Всесвіт сучасні телескопи?

Розв'язання: Сукупність усіх відомих нам надгалактик утворює систему, названу Метагалактикою. Радіус Метагалактики має

порядок $1,5 \cdot 10^{10}$ світлових років $\approx 1,4 \cdot 10^{23}$ км. Звідси, знаючи відстань від Землі до Сонця ($1,5 \cdot 10^8$ км), одержуємо $\frac{1,4 \cdot 10^{23}}{1,5 \cdot 10^8} \approx 10^{15}$, тобто сучасні телескопи дозволяють проникнути у Всесвіт на відстань, що у 10^{15} разів перевищує відстань від Землі до Сонця.

5. Що таке Надгалактика?

Розв'язання: Навколишні до нас групи галактик утворюють більш значну структуру, названу Надгалактикою, в яку входять сотні тисяч галактик. Надгалактика сильно стиснута (очевидно в результаті обертання), і її діаметр близький до 50 млн. парсеків. Центральна частина Надгалактики знаходиться в напрямі на сузір'я Діви — це немовби ядро Надгалактики. В даний час виявлено близько 20 подібних систем, також названих надгалактиками.

6. Наведіть доказ того, що Всесвіт розширюється.

Розв'язання: Світло від далеких галактик зміщується до червоного кінця спектра — явище, назване червоним зміщенням. Чим далі галактики, тим більше їх червоне зміщення. Найдальші галактики, які ми можемо спостерігати, мають найбільше червоне зміщення, що і свідчить про однакове віддалення галактик від нас і одна від одної.

ПЛАНЕТИ СОНЯЧНОЇ СИСТЕМИ

Планети	Меркурій	Венера	Земля	Марс	Юпітер
Діаметр (у км)	4 878	12 102	12 756	6 794 км	142 800
Маса (у кг)	$3,28 \cdot 10^{23}$	$4,87 \cdot 10^{24}$	$5,98 \cdot 10^{24}$	$6,42 \cdot 10^{23}$	$1,9 \cdot 10^{27}$
Маса (у масах Землі)	0,055	0,82	1	0,11	318
Густина 10^3 кг/м ³	5,5	5,25	5,51	3,93	1,33
Зоряний період обертання	88 діб	224,7 доби	365,26 доби	686,98 доби	11,86 року
Середня відстань від Сонця (в а.о.)	0,39	0,72	1	1,52	5,2
Середня відстань від Сонця (в млн. км.)	58,34	107,71	149,6	227,4	777,92
Зоряний період обертання навколо осі	58,7 доби	243 доби	23 год 56 хв 4,1 с	24 год 37 хв	9 год 55 хв 29 с
Число відомих супутників планет	—	—	1	2	17

Планети	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
Діаметр (у км)	120 000	51 800	48 600	2 290
Маса (у кг)	$5,7 \cdot 10^{26}$	$8,7 \cdot 10^{25}$	$1,03 \cdot 10^{26}$	$1,3 \cdot 10^{22}$
Маса (у масах Землі)	95	14,6	17,2	0,002
Густина 10^3 кг/м ³	0,69	1,71	2,3	2,1
Зоряний період обертання	29,46 року	84,01 року	164,79 року	247,7 року
Середня відстань від Сонця (в а.о.)	9,54	19,18	30,06	39,53
Середня відстань від Сонця (в млн. км.)	1427,18	2869,3	4497	5913,7
Зоряний період обертання навколо осі	10 год 40 хв 30 с	17 год 14 хв	16 год 03 хв	6,38 доби
Число відомих супутників планет	21	14	8	1

СПИСОК НАЙБІЛЬШ ЯСКРАВИХ ЗІРОК

Зірка	Позначення	Зоряна величина	Пряме піднесення, α	Схилення, δ (°)
Альдебаран	α Тельця	1,06	4 год 33,0 хв	+16 25
Альгаїр	α Орла	0,89	19 год 48,3 хв	+8 44
Антарес	α Скорпіона	1,22	16 год 26,3 хв	-26 19
Арктур	α Волопаса	0,24	14 год 13,4 хв	+19 27
Бетельгейзе	α Оріона	0,92	5 год 52,5 хв	+7 24
Вега	α Ліри	0,14	18 год 35,2 хв	+38 41
Денеб	α Лебедя	1,33	20 год 39,7 хв	+45 06
Капела	α Візничого	0,21	5 год 13,0 хв	+45 57
Кастор	α Близнюків	1,99	7 год 31,4 хв	+32 00
Поллукс	β Близнюків	1,21	7 год 42,3 хв	+28 09
Проціон	α М. Пса	0,48	7 год 36,7 хв	+5 21
Регул	α Лева	1,34	10 год 05,7 хв	+12 13
Рігель	β Оріона	0,34	5 год 12,1 хв	-8 15
Сириус	α В. Пса	-1,58	6 год 42,9 хв	-16 39
Спіка	α Діви	1,21	13 год 22,6 хв	-10 54
Фомальгаут	α Південної Риби	1,28	22 год 54,9 хв	-29 53

СОНЦЕ ЯК ЗІРКА

Діаметр	1 391 980 км
Маса	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Сидеричний період обертання точки екватора	25,38 доби
Світність	$3,88 \cdot 10^{26}$ Вт
Видима зоряна величина	-26,58
Ефективна температура поверхні	5807 К
Вік	Близько 5 млрд років
Середня відстань від Землі	149 597 870 км